

Datenanalyse + Wissenserwerb

Übungen Wahrscheinlichkeit 1

©2008, mit freundlicher Genehmigung des Urhebers, Antoine Hauck

Aufgabe 1

Ein Pokerdeck besteht aus 52 Karten, jeweils vier davon sind Ass, Könige und Damen. Jeder Spieler kriegt nun zwei Karten.

a.) Wie gross ist Wahrscheinlichkeit, dass die erste Karte ein Ass ist?

> $p(\text{Ass}) := 4/52;$

$$p(\text{Ass}) := \frac{1}{13} \quad (1.1)$$

b.) Wie gross ist nun die Wahrscheinlichkeit, dass man zwei Ass auf der Hand hält?

> $p(\text{Zwei_Ass}) := (4/52) * (3/51);$

$$p(\text{Zwei_Ass}) := \frac{1}{221} \quad (1.2)$$

c.) Mit welcher W'keit hält man entweder zwei Ass, zwei Könige oder zwei Damen in einer Hand?

> $p(c) := 3 * p(\text{Zwei_Ass});$

$$p(c) := \frac{3}{221} \quad (1.3)$$

Aufgabe 2

Ein Laboratorium hat einen Alkohol-Test entworfen. Aus den bisherigen Erfahrungen weiss man, dass 60% der von der Polizei kontrollierten Personen tatsächlich betrunken sind. Bezüglich der Funktionsweise des Tests wurde ermittelt, dass

- in 95% der Fälle der Test positiv reagiert, wenn die Person tatsächlich betrunken ist
- in 97% der Fälle der Test negativ reagiert, wenn die Person nicht betrunken ist.

Wie gross ist die W'keit, dass eine Person tatsächlich betrunken ist, wenn der Test positiv ist?

A: Person ist sternhagelvoll

B: Test reagiert positiv - auweia, Cheque weg

> $p(A) := 0.6;$

> $p(\text{nicht_A}) := 0.4;$

> $p(B_wenn_A) := 0.95;$

> $p(B_wenn_nicht_A) := 0.03;$

> $p(A_wenn_B) := (p(B_wenn_A) * p(A)) / (p(B_wenn_A) * p(A) + p(B_wenn_nicht_A) * p(\text{nicht_A}));$

$$p(A_wenn_B) := 0.9793814433 \quad (2.1)$$

Aufgabe 4

Zeichnen Sie die Wahrscheinlichkeits- und die Verteilungsfunktion für die Zufallsvariablen:

[a.) X = "Augenzahl beim Werfen eines Würfels"

[Verteilungsfunktion: $p(X) = 1/6$ x element von {1,2,...,6}

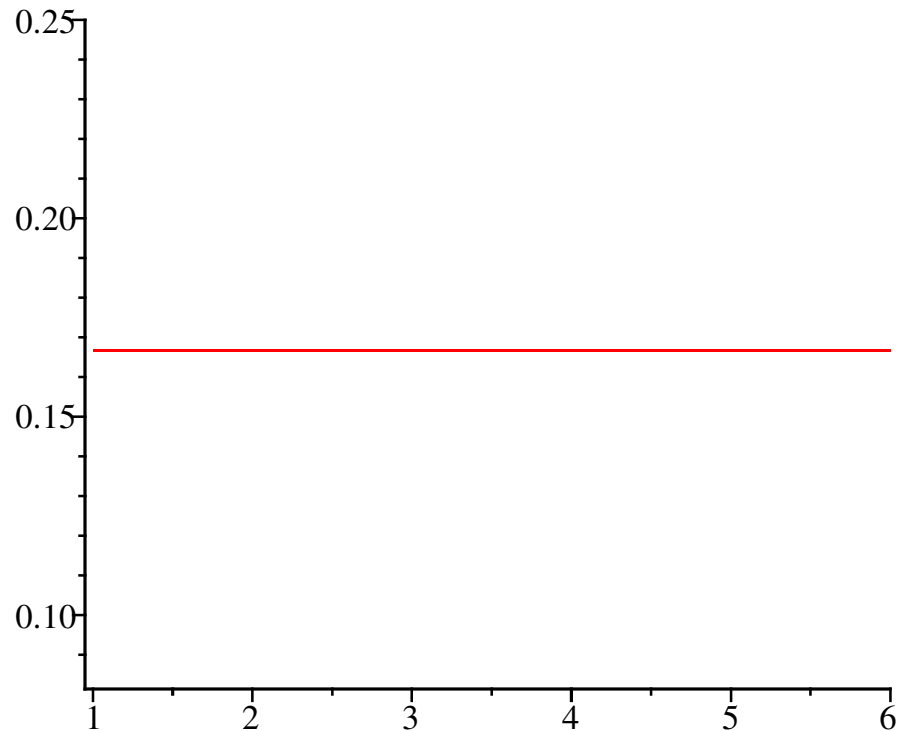
```
> p(X)=1/6;
```

$$p(X) = \frac{1}{6}$$

(3.1)

Wahrscheinlichkeitsfunktion:

```
> plot(1/6,1..6);
```



b.) X = "Summe der Augenzahlen beim Werfen von zwei Würfeln"

Verteilungsfunktion: $p(2 \leq X \leq 12) = \sum_{i=2}^{12} p_i$

Wahrscheinlichkeitsfunktion:

$$p(2) = p(1,1) = 1/6 * 1/6 = 1/36$$

$$p(3) = p(1,2) + p(2,1) = 2 * (1/36) = 1/18$$

$$p(4) = p(1,3) + p(2,2) + p(3,1) = 3 * (1/36) = 1/12$$

...

$$p(12) = p(6,6) = 1/36$$

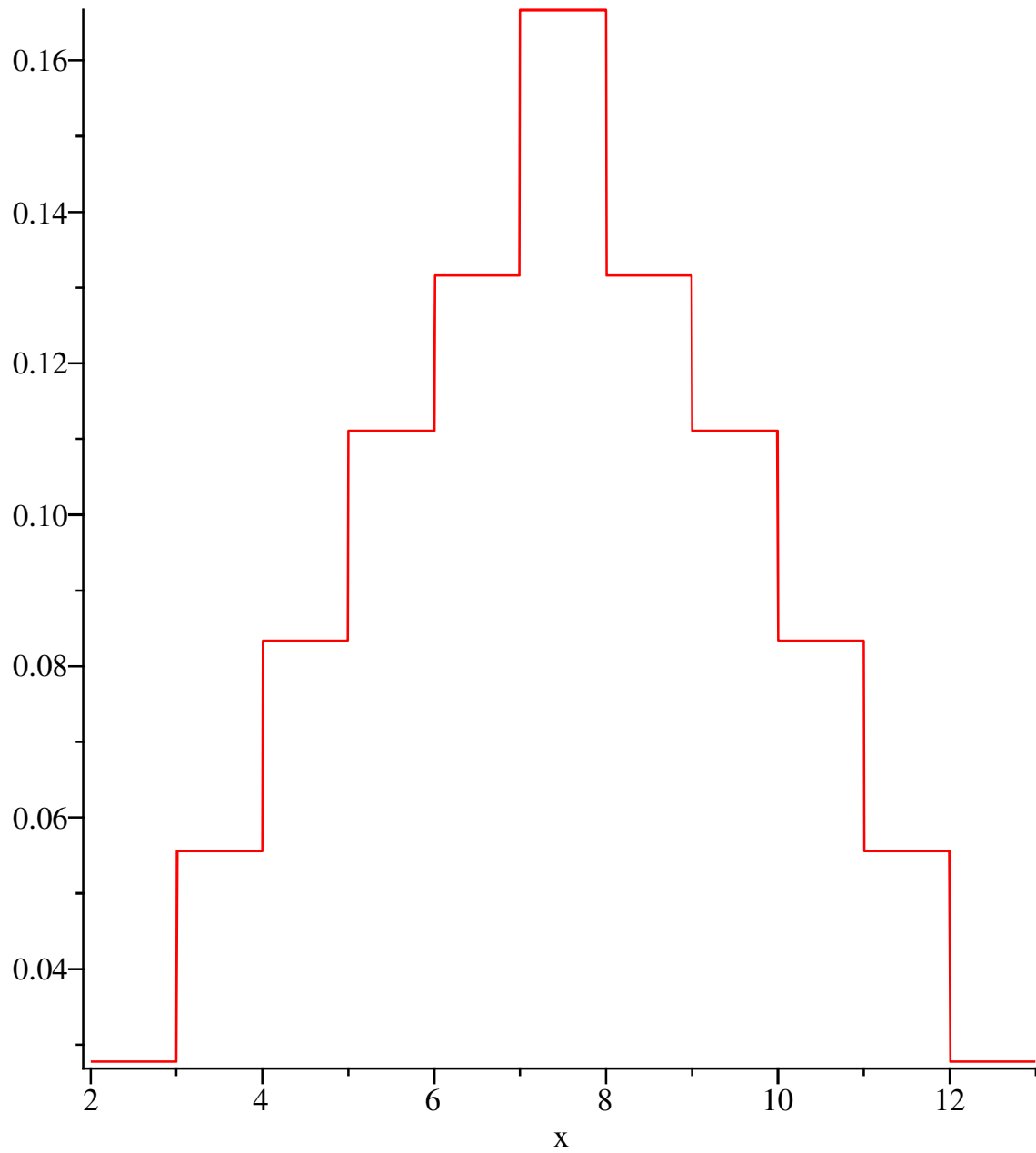
und am Schluss schön aufzeichnen

```
> Ar:=array(1..11,[1/36, 1/18, 1/12, 1/9, 5/38, 1/6, 5/38, 1/9, 1/12, 1/18, 1/36]);
```

$$Ar := \left[\begin{array}{cccccccccccc} \frac{1}{36} & \frac{1}{18} & \frac{1}{12} & \frac{1}{9} & \frac{5}{38} & \frac{1}{6} & \frac{5}{38} & \frac{1}{9} & \frac{1}{12} & \frac{1}{18} & \frac{1}{36} \end{array} \right]$$

(3.2)

```
> plot(Ar[x-1],x=2..13);
```



▼ Aufgabe 5

Gegeben ist die W'keitfunktion einer Zufallsvariable X

$$P(X=-1) = 0.2$$

$$P(X=1) = 0.1$$

$$P(X=2) = 0.7$$

Zeichnen Sie die Verteilungsfunktion und berechnen Sie den Erwartungswert und die Standardabweichung von X.

```
> x:=array(1..3, [-1, 1, 2]);
                                x:= [ -1  1  2 ]
```

(4.1)

```
> P_X:=array(1..3, [0.2, 0.1, 0.7]);
```

(4.2)

$$P_X := [0.2 \ 0.1 \ 0.7] \quad (4.2)$$

$$\text{Erwartungswert} = E[X] = \sum_{w_i \in \Omega}^k p(w_i) X(w_i)$$

$$\begin{aligned} > E[X] := \text{sum}(x[k] * P_X[k], k=1..3); \\ & \quad E_X := 1.3 \end{aligned} \quad (4.3)$$

$$\text{Varianz}[X] = \sum_{w_i \in \Omega}^k (x(w_i) - E_X)^2 p(w_i)$$

$$\begin{aligned} > V[X] := \text{sum}((x[k] - E[X])^2 * P_X[k], k=1..3); \\ & \quad V_X := 1.410000000 \end{aligned} \quad (4.4)$$

$$\text{Standardabweichung} = \text{stdev} = \sqrt{V_X}$$

$$1.187434209 \quad (4.5)$$