

Relationen - Übung 1Aufgabe 1

$$A = \{b, z\}, B = \{3, 1, 5\}$$

$$A \times B = \{(b, 3), (b, 1), (b, 5), (z, 3), (z, 1), (z, 5)\}$$

$$B \times A = \{(3, b), (3, z), (1, b), (1, z), (5, b), (5, z)\}$$

Das Kommutativgesetz gilt nur dann, wenn auch die Tupel von A oder B gespiegelt werden! (Gilt nur für Relationen im math. Sinn!)

Aufgabe 2

$$A \times A \times B = \{(b, b, 3), (b, b, 1), (b, b, 5), (b, z, 3), (b, z, 1), (b, z, 5), (z, b, 3), (z, b, 1), (z, b, 5), (z, z, 3), (z, z, 1), (z, z, 5)\}$$

Der Tripel  $(1, z, 1)$  wäre im Kreuzprodukt  $A \times B \times A$  enthalten

Aufgabe 3

In einer Menge von  $n$  Elementen gibt es  $2^{n^2}$  verschiedene Relationen.

Beispiel:  $A = \{1, 2, 3\}, n=3$

$$A \times A = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3)\}$$

$$R_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}_{(3,3)}$$

$$\vdots \\ R_{512} = \{ (1, 1) \quad 1 \quad (1, 2) \quad 1 \quad (1, 3) \quad 1 \quad (2, 1) \quad 1 \quad (2, 2) \quad 1 \quad (2, 3) \quad 1 \quad (3, 1) \quad 1 \quad (3, 2) \quad 1 \quad (3, 3) \}$$

$$2^{|A \times A|} = 2^{|A|^2} = 2^{n^2} = 2^{3^2} = 512 \text{ Relationen}$$

Aufgabe 4

•  $y = 3x$  ist eine Funktion, da zwischen Wertebereich und Definitionsbereich eine eindeutige Abhängigkeit besteht.

•  $f_k: A \rightarrow B, x \rightarrow y = f(3x)$

### Aufgabe 5

$$R_1 = \{(a, b) \mid a \neq b\} \subset \mathbb{Z}^2$$

$$R_2 = \{(a, b) \mid \exists k \in \mathbb{Z} (a = k \cdot b)\} \subset \mathbb{Z}^2$$

$$\Rightarrow R_1 \cap R_2 = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4),$$

$$(2, 2), (2, 4), (3, 3), (4, 4)\}$$

(nur gemeinsame)  $\{(2, 2), (2, 4), (3, 3), (4, 4)\}$

$$\Rightarrow R_2 = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4),$$

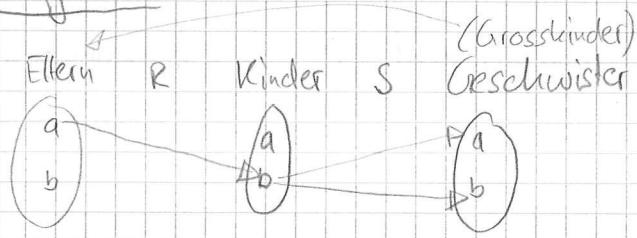
$$(2, 2), (2, 4), (3, 3), (4, 4)\}$$

$$\Rightarrow R_1 \cup R_2 = \{\} \quad (\text{nur unterschiedliche})$$

$$\Rightarrow R_1 \setminus R_2 = \{\}$$

$$\Rightarrow R_2 \setminus R_1 = \{\}$$

### Aufgabe 6

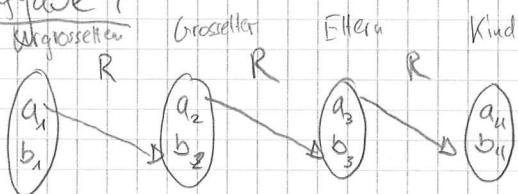


$\Rightarrow$  Woher kommt das "c" in der Lösung ???

$$\Rightarrow S \circ R = \{(a, a), (a, b)\}$$

$$\Rightarrow R \circ S = \{(a, a), (b, a)\}$$

### Aufgabe 7



$\Rightarrow R^2$ : Aus Sicht von  $b_3$  ist  $a_1$  ein Grosselternteil.

$\Rightarrow R^3$ : Aus Sicht von  $b_4$  ist  $a_1$  ein Urgrosselternteil

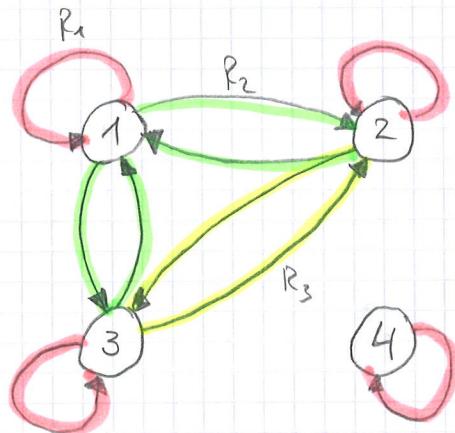
# Relationen Übung 1

## Aufgabe 8

- ⇒ Reflexiv: Jeder Knoten muss ein Loop um sich selber haben.  $(x, x)$
- ⇒ Symmetrisch: Jede Relation führt zum Ursprungsknoten zurück  $(x, y) \rightarrow (y, x)$
- ⇒ Transitiv: Wenn es für zwei oder mehr Relationen  $(x, y), (y, z)$  auch eine direkte Relation  $(x, z)$  gibt.
- ⇒ Wenn alle Eigenschaften zutreffen = "Äquivalenzrelation"

## Aufgabe 9

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$



$$R_1 = \text{Reflexiv} = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4)\}$$

$$R_2 = \text{Symmetrisch} = \{(1,2), (2,1), (1,3), (3,1), (2,3), (3,2)\}$$

$$R_3 = \text{Transitiv} = \{(2,3), (3,2)\}$$

$$R = R_1 \cup R_2 \cup R_3 = \{(1,1), (1,2), (1,3), (2,1), (2,2), (2,3), (3,1), (3,2), (3,3), (4,4)\}$$